

Agujeros negros rotatorios: La más fantástica fuente de energía del universo

Rotating black holes: The most fantastic source of energy in the universe

Jorge Pinochet*

**Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Física.
Centro de Investigación CEI-UMCE, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
Av. José Pedro Alessandri 774, Ñuñoa, Santiago, Chile.
e-mail: jorge.pinochet@umce.cl*

Resumen

Los agujeros negros rotatorios son la fuente de energía más poderosa del universo conocido, y son la causa de algunos de los fenómenos astronómicos más espectaculares y extremos. El objetivo de este artículo es analizar en términos simples la física de la extracción de energía en agujeros negros rotatorios. Concretamente se analiza la fuente de dicha energía, la eficiencia del proceso de extracción energética, y algunos mecanismos concretos que permiten dicha extracción. El artículo está destinado principalmente a estudiantes no graduados de física, astronomía y carreras afines.

Descriptores: Agujero negro rotatorio, solución de Kerr, energía rotacional, estudiantes no graduados.

Abstract

Rotating black holes are the most powerful source of energy in the known universe, and are the cause of some of the most spectacular and extreme astronomical phenomena. The goal of this article is to analyze in simple terms the physics of energy extraction in rotating black holes. Specifically, the source of said energy, the efficiency of the energy extraction process, and some specific mechanisms that allow said extraction are analyzed. The article is intended primarily for undergraduate students of physics, astronomy and related fields.

Keywords: Spinning black hole, Kerr solution, rotational energy, undergraduate students.

PACS: 04.70.-s; 04.70.Bwa; 01.30.lb.

1. Introducción

De acuerdo con la teoría de la relatividad general de Einstein, un agujero negro es una región del espacio-tiempo cuya gravedad es tan intensa, que nada puede escapar de su interior, ni siquiera la luz. Esta definición parece descartar toda posibilidad de extraer energía de un agujero negro. No obstante, como lo demuestran tanto la teoría como la observación astronómica, los agujeros negros son motores gravitacionales capaces de convertir su energía potencial gravitacional en fantásticas emisiones de radiación, con una eficiencia que puede ser decenas de veces superior a las reacciones termonucleares que alimentan a las estrellas como el Sol. Estos motores gravitacionales tienen dos componentes básicos: el motor central, que consiste en un agujero negro rotatorio que arrastra consigo al espacio-tiempo en sus inmediaciones, y el combustible que alimenta al motor, que consiste en la materia que se arremolina a su alrededor formando una estructura en forma de disco compuesta de gas y polvo denominada *disco de acreción*, que gira a velocidades cercanas a la de la luz.

La extracción de energía en agujeros negros rotatorios es uno de los temas más fascinantes de la astrofísica actual, pero también es un tema sumamente técnico cuya descripción detallada requiere utilizar las complejas matemáticas de la relatividad general [1,2], además de otras sofisticadas herramientas y teorías físicas. Sin embargo, como mostraremos en este artículo, si lo que se busca es un punto de vista global, es posible comprender los fundamentos de la extracción de energía en agujeros negros rotatorios usando únicamente física general y álgebra de secundaria. Por lo tanto, este trabajo puede ser de utilidad como material educativo en cursos de física moderna o astronomía de pregrado.

El artículo está organizado del siguiente modo. En la Sección 2 se introduce el concepto de agujero negro de Kerr, que es un modelo matemático detallado para un agujero negro rotatorio. En la Sección 3 se examina en términos generales el proceso de extracción de energía rotatoria en un agujero de Kerr, y se establece una cota máxima teórica para dicha energía. En la sección 4 se discuten dos de los mecanismos más populares para extraer energía rotatoria en un agujero negro: el proceso de Penrose y el mecanismo de Blandford-Znajek. El artículo finaliza con una síntesis y algunos comentarios.

2. Agujero negro de Kerr

Los agujeros negros son la predicción más extrema de la relatividad general, que es la teoría de la gravedad propuesta por Einstein en 1915, que generaliza la ley de gravitación universal de Newton para el caso de campos gravitacionales intensos. En otras palabras, la gravitación universal es un caso particular de la teoría de Einstein que se aplica cuando la gravedad es débil. La relatividad general reemplaza las fuerzas gravitatorias atractivas de la física newtoniana por el concepto de curvatura del espacio-tiempo. Técnicamente, un agujero negro es un tipo de solución exacta en el vacío a las ecuaciones de campo de la relatividad general [3]. Los agujeros negros curvan de forma extrema el espacio-tiempo en sus inmediaciones. Aunque durante mucho tiempo los físicos se negaron a aceptar que los agujeros negros tuvieran cabida en el universo, las pruebas que se han acumulado en su favor durante las últimas décadas son tan numerosas y contundentes, que ya nadie parece dudar de que estos objetos son reales.

De acuerdo con un importante resultado de la relatividad general conocido como *teorema de ausencia de pelo* o *teorema de la calvicie* [4], todas las soluciones a las ecuaciones de la

teoría de Einstein correspondientes a un agujero negro, pueden caracterizarse por solo tres parámetros clásicos observables externamente: masa M , carga eléctrica Q , y momentum angular (rotación) J [5]. El teorema asume que el espacio-tiempo es estacionario y asintóticamente plano. Esto último significa que la curvatura se reduce gradualmente en la medida que nos alejamos del agujero negro, de manera que, lejos de este objeto, la gravedad es muy débil y el espacio-tiempo puede considerarse plano en primera aproximación.

Tabla 1: Principales características de los cuatro tipos de agujero negro.

Propiedad	$J = 0$	$J \neq 0$
$Q = 0$	Schwarzschild	Kerr
$Q \neq 0$	Reissner-Nordstrom	Kerr-Newman

La palabra “pelo” se utiliza metafóricamente para referirse a las características observables de un agujero negro, distintas de M , J y Q , tales como la composición química, el campo magnético, etc. Dado que la información acerca de la materia que forma un agujero negro desaparece después de ser engullida, es inaccesible para un observador externo. Como resultado, todos los agujeros negros con los mismos valores de M , J y Q lucen exactamente igual, pues todos son “calvos”. El teorema de ausencia de pelo implica que clásicamente existen solo cuatro tipos de agujero negro, que llevan los nombres de los físicos que encontraron las correspondientes soluciones matemáticas: (1) el de Schwarzschild o estático, que solo depende de M ; (2) el de Kerr, que depende de M y J ; (3) el de Reissner-Nordstrom, que depende de M y Q ; y el más general, (4) el de Kerr-Newman, que depende de M , J y Q . La Tabla 1 resume las principales características de los cuatro tipos de agujero negro permitidos por el teorema de ausencia de pelo. Vale la pena señalar que estos cuatro tipos son estacionarios, lo que significa que su descripción matemática es independiente del tiempo.

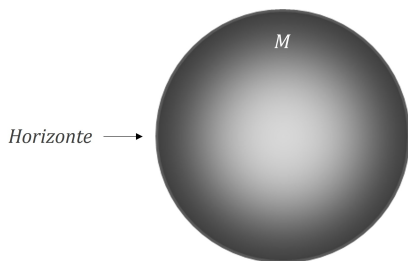


Figura 1: Estructura de un agujero negro estático.

Aunque desde un punto de vista teórico los cuatro tipos de agujero negro tienen el mismo estatus, desde un punto de vista astrofísico el más importante y realista es el de Kerr. En efecto, los agujeros negros de Reissner-Nordstrom y de Kerr-Newman revisten un interés más matemático que astrofísico debido a que las cargas eléctricas siempre tienden a neutralizarse mutuamente. Luego, si un agujero tiene $Q \neq 0$, rápidamente atraerá cargas opuestas que lo llevarán a la neutralidad, convirtiéndose entonces en un agujero negro de Kerr o en uno de Schwarzschild. Pero, debido a que todos los objetos en el universo tienen algún grado de rotación [6], y en particular, los cadáveres estelares a partir de los cuales se forman los agujeros negros más comunes del universo, también rotan, la solución de Kerr proporciona el mejor

modelo matemático para describir los agujeros negros observados por los astrónomos [5]. Por otra parte, aunque el agujero negro de Schwarzschild tampoco es muy realista debido a su falta de rotación, si un agujero de Kerr tiene un momentum angular lo suficientemente pequeño, puede describirse con muy buena aproximación mediante la solución estática de Schwarzschild.

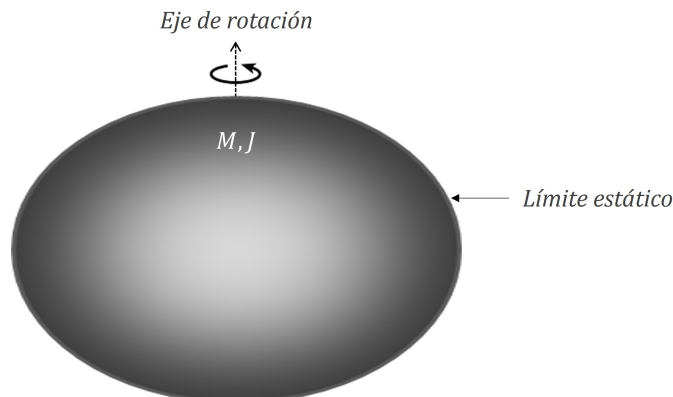


Figura 2: Estructura de un agujero negro de Kerr visto paralelamente a su eje de giro. El ensanchamiento en la región ecuatorial se debe a la rotación.

Para nuestros propósitos, el aspecto más importante de un agujero negro de Schwarzschild es que cuando se encuentra aislado representa un estado de mínima energía. Utilizando una analogía con las propiedades cuánticas de átomos y partículas subatómicas, un agujero negro de Schwarzschild representa un estado fundamental de mínima energía, mientras que los otros tipos de agujero negro, y en particular el de Kerr, pueden entenderse como estados excitados que al decaer al estado fundamental emiten energía. Así, una vez que se ha extraído toda la energía rotacional de un agujero negro de Kerr, éste deja de girar y se convierte en un agujero negro de Schwarzschild del que clásicamente no puede extraerse más energía¹. Esta imposibilidad de extraer energía de un agujero negro de Schwarzschild fue demostrada teóricamente por el físico griego Demetrios Christodoulou [7,8].

Para analizar la generación de energía en agujeros negros rotatorios necesitamos describir con más detalle las características físicas de estos objetos. Como se ha señalado en la introducción, un agujero negro es una región del espacio-tiempo cuya gravedad es tan intensa, que nada puede escapar de su interior, ni siquiera la luz. Esta región está delimitada por una superficie cerrada denominada *horizonte*, donde está confinada toda la masa del agujero negro. Aunque el horizonte no es una superficie material, puede imaginarse como una membrana unidireccional que solo permite el flujo de materia y energía hacia el interior [9]. En el caso simple de un agujero negro estático, el horizonte puede visualizarse intuitivamente como una superficie esférica cuyo radio está dado por² [5,10]:

¹Sin embargo, como demostró Stephen Hawking en 1974-1975, cuando se combina la relatividad general, la mecánica cuántica y la termodinámica, se encuentra que los agujeros negros emiten radiación térmica y se evaporan. Estos efectos solo son significativos para los hipotéticos micro agujeros negros. Para los agujeros negros astrofísicos, cuyas masas son superiores a la masa solar, los efectos predichos por Hawking pueden ignorarse, y el agujero negro puede describirse en el marco de la relatividad general clásica.

²Vale la pena tener presente que, en relatividad general, R_S es una coordenada y no una distancia física a la que se pueda atribuir un significado empírico directo.

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad (1)$$

donde $G = 6,67 \times 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$ es la constante de gravitación universal, $c = 3 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$ es la rapidez de la luz en el vacío, R_S es el *radio de Schwarzschild*, y M es la masa del agujero negro. Según la relatividad general, la masa M está concentrada en un punto matemático de densidad infinita denominado *singularidad*.

La estructura de un agujero negro de Kerr es bastante más compleja que la de un agujero estático, pues, en primer lugar, tiene dos horizontes, uno interno y otro externo. Para un agujero de Kerr con momentum angular J , el horizonte externo se localiza en [3,5]:

$$R_+ = \frac{GM}{c^2} + \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{c^2 M^2}}. \quad (2)$$

El horizonte interno se localiza en:

$$R_- = \frac{GM}{c^2} - \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{c^2 M^2}}. \quad (3)$$

Se aprecia que $R_+ \geq R_-$. Estas dos ecuaciones pueden sintetizarse como:

$$R_{\pm} = \frac{R_S}{2} \pm \sqrt{\frac{G^2 M^2}{c^4} - \frac{J^2}{c^2 M^2}}. \quad (4)$$

donde hemos introducido la Ec. (1). Vemos que para $J = 0$, el agujero de Kerr se convierte en estático, ya que $R_- = 0$, y R_+ se hace igual al radio de Schwarzschild que caracteriza a un agujero negro estático ($R_+ = R_S$). En el caso de un agujero negro de Kerr, la singularidad central no es un punto matemático como sucede con el agujero negro de Schwarzschild, sino que es un anillo localizado sobre el plano ecuatorial [5,10].

Además de sus dos horizontes, el agujero de Kerr tiene una región que se encuentra fuera del horizonte exterior llamada *ergósfera*, que tiene la propiedad de que ningún objeto en su interior puede mantenerse estático. En efecto, de acuerdo con un fenómeno denominado *Lense-Thirring effect*, el espacio-tiempo en las proximidades del agujero de Kerr es arrastrado por la rotación de éste, arrastrando consigo a todos los objetos situados en la ergósfera, impidiendo que permanezcan estáticos³ [10,11]. Por esta razón, al límite exterior de la ergósfera se le conoce como *límite estático* (Fig. 2).

Como la ergósfera está fuera del horizonte, un objeto que se desplace suficientemente rápido hacia el exterior puede escapar del agujero negro. Luego, la energía rotacional almacenada en la ergósfera también puede escapar, lo que implica que puede ser extraída, pudiendo alcanzar valores colosales en el caso del denominado *agujero negro extremo*, que es aquel cuya rapidez de rotación es la máxima posible [5]. Sin embargo, el estado extremo es imposible de alcanzar en la práctica, aunque es un modelo matemático útil para calcular la energía que puede extraerse de un agujero de Kerr.

³Un agujero negro de Kerr se encuentra en rotación perfectamente rígida; todos los puntos del horizonte tienen la misma rapidez angular.

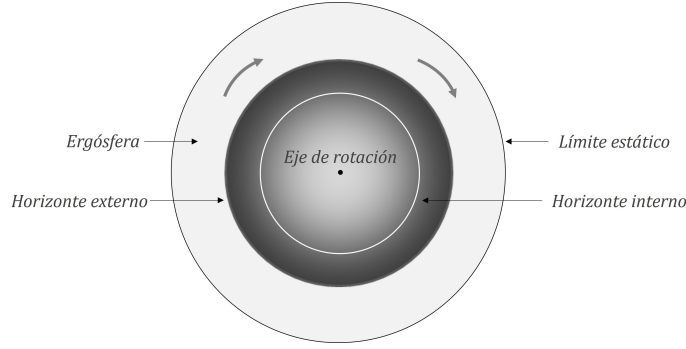


Figura 3: Un agujero negro de Kerr visto desde uno de sus polos.

¿Cuál es el momentum angular máximo? El valor máximo sucede cuando la cantidad subradical en la Ec. (4) es nula (notemos que esta cantidad no puede ser menor que cero, porque se convertiría en un número imaginario); imponiendo esta condición resulta:

$$J_{max} = \frac{1}{2}McR_S = \frac{GM^2}{c}. \quad (5)$$

Cuando $J = J_{max}$ decimos que el agujero de Kerr es extremo. En términos energéticos, un agujero extremo es el opuesto de un agujero negro de Schwarzschild, ya que, por definición, corresponde a un estado de mínima energía. Así, la máxima energía que puede extraerse ocurre cuando un agujero negro de Kerr extremo se reduce a uno estático o de Schwarzschild [3,5].

Un parámetro clave para determinar cuánta energía puede extraerse de un agujero de Kerr es el área del horizonte. En el caso de un agujero negro estático, el cálculo relativista del área coincide con el cálculo efectuado mediante geometría elemental:

$$A_S = 4\pi R_S^2 = \frac{16\pi G^2 M^2}{c^4}. \quad (6)$$

En el caso del agujero negro de Kerr, la ecuación para el área es más compleja, y la geometría elemental ya no funciona. Cálculos efectuados a partir de la relatividad general muestran que el área del horizonte externo viene dada por [3,5]:

$$A_+ = \frac{8\pi G^2 M^2}{c^4} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{cJ}{GM^2} \right)^2} \right) = \frac{8\pi G^2 M^2}{c^4} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{J}{J_{max}} \right)^2} \right). \quad (7)$$

donde hemos usado la Ec. (5). El área del horizonte externo es máxima cuando $J = 0$, lo que implica que el agujero se vuelve estático; bajo esta condición, la ecuación (6) coincide con la Ec. (7). Por otra parte, el área del horizonte externo es mínima cuando $J = J_{max}$, lo que implica que el agujero negro se vuelve extremo; imponiendo esta condición en la Ec. (7)⁴:

$$A_{+,min} = \frac{8\pi G^2 M^2}{c^4}. \quad (8)$$

En lo que sigue emplearemos las ideas desarrolladas en esta sección para analizar la extracción de energía rotatoria en un agujero negro de Kerr.

⁴Al comparar las ecuaciones para un agujero estático y uno de Kerr se observa que $R_S > R_+$ y $A_S > A_+$.

3. Teorema del área y extracción de energía en agujeros de Kerr

La energía extraída de un agujero negro de Kerr proviene de su momentum angular J . En la medida que se extrae dicha energía, disminuye la rapidez de rotación. Cuando ha agotado completamente su energía rotacional, el agujero de Kerr se vuelve estático. Como sabemos, clásicamente este es un estado final irreductible, donde no es posible extraer más energía. Así, la máxima energía rotacional que puede extraerse sucede cuando un agujero de Kerr extremo se convierte en estático (Fig. 4). A su vez, esto implica que el agujero negro pasa de tener un área dada por la Ec. (8) a un área dada por la Ec. (6).

A principios de la década de 1970, Stephen Hawking demostró un teorema que establece lo siguiente: *El área del horizonte de un agujero negro nunca puede disminuir con el tiempo, de manera que después de cualquier proceso físico, el área final del horizonte debe ser mayor o a lo sumo igual que el área inicial* [12] (el teorema se puede extender fácilmente a varios agujeros negros). Expresado matemáticamente, el teorema afirma que si A_i es el área inicial y A_f es el área final, entonces siempre se cumple que:

$$A_i \leq A_f. \quad (9)$$

Este es el *teorema del área*, y al combinarlo con las Ecs. (6) y (8), podemos determinar una cota superior para la energía que puede extraerse de un agujero negro de Kerr. En efecto, si designamos como M_i a la masa inicial de un agujero de Kerr extremo, y como M_f a su masa final cuando se ha extraído toda su energía rotacional y se ha convertido en estático, a partir de la Ecs. (6) y (8) resulta:

$$A_i = \frac{8\pi G^2 M_i^2}{c^4}, \quad A_f = \frac{16\pi G^2 M_f^2}{c^4}. \quad (10)$$

Aplicando el teorema del área de Hawking:

$$\frac{8\pi G^2 M_i^2}{c^4} \leq \frac{16\pi G^2 M_f^2}{c^4}. \quad (11)$$

Por lo tanto:

$$M_i \leq \sqrt{2}M_f. \quad (12)$$

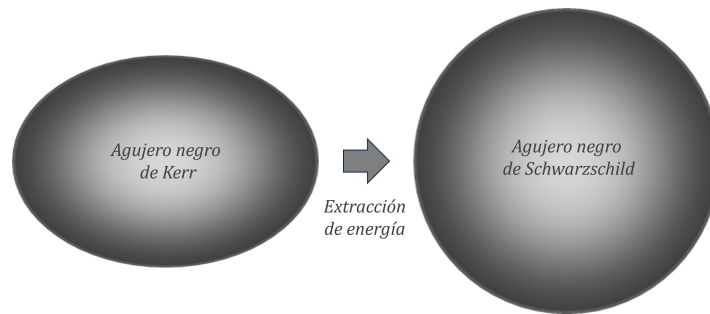


Figura 4: Desde el punto de vista de la relatividad general clásica, un agujero negro estático representa un estado final irreductible.

Para interpretar este último resultado, recordemos que, de acuerdo con la equivalencia relativista entre masa y energía, la energía rotacional tiene un equivalente en masa, y al perder rotación, el agujero debe reducir su masa. A partir de esta idea, podemos plantear la siguiente ecuación para la conservación de la energía total:

$$E_{rot} = M_i c^2 - M_f c^2 = (M_i - M_f) c^2. \quad (13)$$

Esta ecuación nos dice que la energía rotacional extraída E_{rot} es igual a la masa-energía inicial, correspondiente a un agujero extremo, menos la masa-energía final, correspondiente a un agujero estático. Podemos definir la eficiencia del proceso como el cociente entre la energía extraída y la energía inicial:

$$\varepsilon \equiv \frac{E_{rot}}{M_i c^2} = \frac{(M_i - M_f) c^2}{M_i c^2} = 1 - \frac{M_f}{M_i}. \quad (14)$$

Introduciendo la Ec. (12):

$$\varepsilon \equiv \frac{E_{rot}}{M_i c^2} \leq 1 - \frac{M_f}{\sqrt{2} M_f} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,29 \quad (15)$$

Este resultado nos dice que la eficiencia máxima del proceso es $\varepsilon_{max} \cong 0,29$. En otras palabras, la energía rotacional máxima que puede extraerse de un agujero negro de Kerr extremo es de un 29 % de la masa-energía inicial:

$$E_{rot,max} = \varepsilon_{max} M_i c^2 \cong 0,29 M_i c^2 = 29 \% M_i c^2. \quad (16)$$

Pero ésta es una cota superior, de modo que en la práctica, la energía extraída es menor. Para tener una base de comparación, recordemos que la eficiencia de una reacción de fusión nuclear es $\sim 1\%$. Notemos que las Ecs. (15) y (16) representan un caso particular, válido únicamente para un agujero negro de Kerr extremo. Se puede demostrar que la ecuación general para la eficiencia ε en función del momentum angular J es [3,5]:

$$\varepsilon = \frac{E_{rot}}{M_i c^2} = 1 - \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{cJ}{GM^2} \right)^2} \right)}. \quad (17)$$

A partir de la Ec. (5) podemos reescribir esta expresión como:

$$\varepsilon = 1 - \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{J}{J_{max}} \right)^2} \right)} = 1 - \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - j^2} \right)} \quad (18)$$

donde hemos definido la cantidad adimensional $j \equiv J/J_{max}$. Para $j = 1$, $J = J_{max}$ y $\varepsilon = \varepsilon_{max}$, de manera que recuperamos la Ec. (15). En la Figura 5 aparece la gráfica de la Ec. (18). Debido a las dificultades inherentes a la medición del momentum angular J , las estimaciones de ε efectuadas por los especialistas son dispares, pero la mayoría de ellas apuntan a una eficiencia un poco menor al 5 %, una cifra que dista bastante de la cota máxima dada por la Ec. (15), pero que es muy superior a la eficiencia de las reacciones nucleares, y muestra porqué los agujeros negros de Kerr están asociados a los fenómenos más energéticos del universo.

Como se ha señalado en la introducción, los fenómenos más energéticos del universo, como los AGNs, se explican mediante un modelo físico donde un agujero negro rotatorio supermasivo,

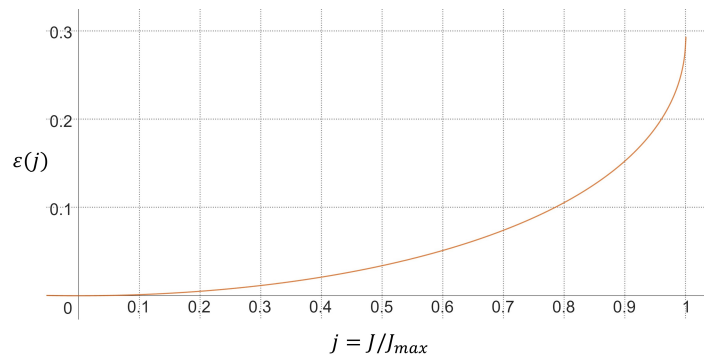


Figura 5: Gráfica eficiencia (ε) vs momentum angular adimensional (j) de un agujero negro de Kerr.

localizado en el centro de una galaxia, actúa como un motor gravitacional cuyo combustible es un disco de acreción. Dado que las observaciones astronómicas revelan que la mayoría de los agujeros supermasivos giran a velocidades cercanas a c , que es el máximo valor permitido por la física relativista [13], el agujero negro de Kerr extremo es un buen modelo matemático para explicar las fantásticas emisiones de energía de los AGNs.

4. Mecanismos de extracción de energía

Hasta el momento hemos analizado el proceso de extracción de energía en un agujero de Kerr en términos generales, sin considerar ningún mecanismo físico concreto. ¿Se han descubierto tales mecanismos? ¿Tienen cabida en el universo real? Se han propuesto varios mecanismos, y sus aplicaciones astronómicas son tema de intenso debate en la investigación actual. A continuación, analizaremos dos de estos mecanismos.

4.1. El proceso de Penrose

Uno de los mecanismos más populares fue propuesto por Penrose en 1969 [14,15]. Este mecanismo permite que, al lanzar una partícula hacia la ergósfera de un agujero negro de Kerr, regrese un fragmento de esta partícula con mayor energía que la que tenía inicialmente [16].

Antes de comenzar con las explicaciones técnicas puede ser útil una analogía. Para entender el proceso de Penrose podemos pensar en un carrusel de un parque de diversiones, que gira solo por inercia, es decir, luego de recibir un impulso inicial continúa girando a pesar de que los motores están apagados. Si un niño lanza una pelota a uno de los caballitos del carrusel, en contra del sentido de giro, la pelota rebotará adquiriendo una velocidad mayor que la que tenía inicialmente. Como resultado, el carrusel habrá perdido una parte de su velocidad de rotación. Así, la energía cinética extra de la pelota proviene de la energía cinética rotacional del carrusel. Esta analogía es útil pero, como veremos enseguida, es imperfecta, entre otras razones, porque la pelota no se fragmenta.

Para explicar con más detalle el *proceso de Penrose*, imaginemos que desde muy lejos lanzamos una partícula hacia la ergósfera de un agujero negro de Kerr, según una órbita retrógrada, es decir, una trayectoria dirigida en contra de la dirección de rotación del agujero negro. Por simplicidad podemos imaginar que la órbita retrógrada está contenida en el plano ecuatorial del agujero negro. Supongamos que calculamos la trayectoria para que al ingresar a la ergósfe-

ra, la partícula se fragmente en dos trozos, uno de los cuales es absorbido por el agujero, y el otro escapa hacia el exterior, alejándose una distancia arbitrariamente grande. Sea E_{inc} la energía de la partícula incidente, E_{esc} la energía del fragmento que escapa, y E_{abs} la energía del fragmento que es absorbido (Fig. 6). Debido a la extrema intensidad de la gravedad en el interior de un agujero negro, la relatividad general permite que el fragmento absorbido tenga energía negativa⁵. Penrose demostró que en estas condiciones se cumple que:

$$E_{esc} > E_{inc}. \quad (19)$$

Vale decir, el fragmento que escapa tiene más energía que la partícula incidente⁶. Podemos demostrar este curioso efecto mediante un cálculo intuitivo muy simple. Para ello, supongamos que Mc^2 es la masa-energía inicial del agujero negro antes de absorber el fragmento de energía negativa. Esto significa que la energía inicial E_i del proceso es:

$$E_i = Mc^2 + E_{inc}. \quad (20)$$

Por otra parte, si $E_{abs} = -e$ es la energía del fragmento absorbido, la energía final E_f del proceso es:

$$E_f = Mc^2 + E_{abs} + E_{esc} = Mc^2 - e + E_{esc}. \quad (21)$$

donde $Mc^2 - e$ es la masa-energía del agujero negro luego de la absorción, que se ha reducido en e . Por conservación de la energía, la energía inicial del proceso debe ser igual a la energía final, es decir, $E_i = E_f$, de modo que, a partir de las Ecs. (20) y (21) obtenemos $E_{inc} = -e + E_{esc}$ y por lo tanto:

$$E_{esc} = E_{inc} + e > E_{inc}. \quad (22)$$

El ardid para obtener este resultado es que el agujero negro absorbe energía negativa, lo que conlleva una reducción de su masa-energía que se traduce en una disminución de su rapidez de rotación. En otras palabras, hemos extraído energía rotacional del agujero negro.

De acuerdo con la Ec. (22), cada vez que se envía hacia la ergósfera una partícula de energía inicial E_{inc} , la energía final extraída mediante el proceso de Penrose es:

$$\Delta E = E_{esc} - E_{inc} = e > 0. \quad (23)$$

Esta energía está sometida a las restricciones impuestas por la Ec. (15). Esto significa que, si se repite el proceso de Penrose un gran número de veces, y en cada repetición se extrae una energía ΔE dada por la Ec. (23), la máxima energía extraída no puede superar un 29% de la masa-energía inicial. Una vez alcanzada está cifra máxima, el agujero negro dejará de rotar y

⁵La explicación intuitiva para la energía negativa de la partícula absorbida es la siguiente. La energía total de esta partícula es $E_{abs} = E_p + E_c + mc^2$, donde E_p es la energía potencial (negativa), E_c es la energía cinética, y mc^2 es la energía asociada a la masa en reposo de la partícula de masa m . Pero, debido a la extrema gravedad del agujero negro, dentro de la ergósfera, la energía potencial es tan negativa, que supera a la suma positiva $E_c + mc^2$, es decir, $E_p + E_c + mc^2 < 0$ de modo que la energía total de la partícula absorbida es negativa.

⁶Es interesante señalar que en relatividad general la ley de conservación de la energía no tiene un significado físico global. Solo se puede hablar de la conservación local de la energía, que es lo que sucede en el proceso de Penrose. También se puede definir la conservación de la energía para un espacio-tiempo asintóticamente plano, como es el caso de la solución de Kerr, donde la curvatura es casi nula en regiones muy alejadas del agujero negro, lo que hace que la ley de gravedad Newtoniana sea una buena aproximación.

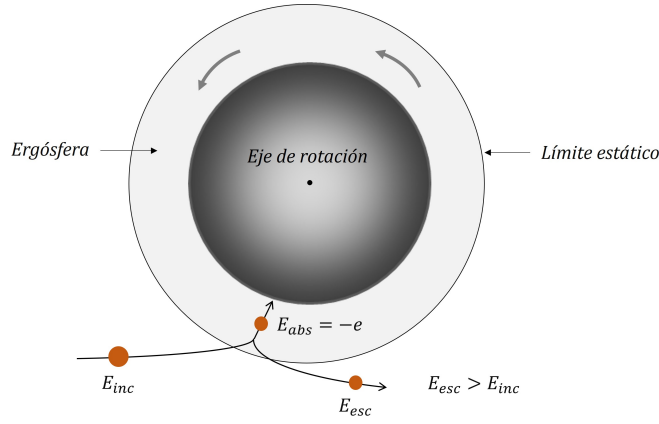


Figura 6: El proceso de Penrose visto desde uno de los polos del agujero negro de Kerr. Aunque en la figura no aparece toda la trayectoria de la partícula incidente, inicialmente ésta sigue un órbita retrógrada, pero cuando se acerca al horizonte, se ve obligada por el efecto de arrastre de la ergósfera a cambiar la dirección de su órbita, rotando en el mismo sentido que el agujero negro.

se convertirá en estático.

Para definir la eficiencia del proceso de Penrose, la Ec. (14) es poco práctica. Es más provechoso definir la eficiencia como la razón entre la energía del fragmento que escapa de la ergósfera y la energía de la partícula que entra en ella:

$$\varepsilon_P \equiv \frac{E_{esc}}{E_{inc}}. \quad (24)$$

Como $E_{esc} > E_{inc}$, entonces $E_{esc}/E_{inc} > 1$, y ε_P siempre es superior a 100%. Cálculos detallados efectuados por Robert Wald para un agujero de Kerr extremo revelan que la eficiencia máxima para el proceso de Penrose es $\varepsilon_{P,max} \approx 1,21$ [17]. En otras palabras, la energía del fragmento que escapa puede ser hasta un 21% superior a la energía de la partícula enviada hacia la ergósfera. Pese a que esta eficiencia pueda parecer impresionante, lo cierto es que el proceso de Penrose es poco práctico, pues requiere una enorme velocidad de ruptura de la partícula inicial en sus dos fragmentos, así como una precisión y una sincronización extremadamente altas. Además, como demostró Wald, es imposible obtener velocidades relativistas (cercanas a c) a través del proceso de Penrose [17], lo que dificulta utilizarlo para explicar fenómenos astrofísicos altamente energéticos, como el AGN mencionado en la introducción.

4.2. El mecanismo de Blandford-Znajek

Las limitaciones del proceso de Penrose han llevado a algunos especialistas a proponer otros mecanismos para extraer energía de la ergósfera. Uno de los más populares, conocido como *mecanismo BZ*, fue sugerido en 1977 por Roger Blandford y Roman Znajek [18]. Al igual que en el proceso de Penrose, la energía extraída proviene de la rotación de un agujero extremo; no obstante, el mecanismo BZ es más complejo, pues supone que el agujero negro rotatorio, además de estar rodeado por un disco de acreción, se encuentra sumergido en un campo magnético orientado a lo largo del eje de giro.

En términos generales, el mecanismo BZ es el siguiente. Cuando el gas que compone el disco de acreción cae hacia el agujero negro, describe una trayectoria en espiral. Mientras lo hace,

sus distintas partes se frota mutuamente y se calientan hasta alcanzar temperaturas de varios millones de kelvin. Estas elevadas temperaturas ionizan el gas, convirtiéndolo en un plasma compuesto por un mar de iones positivos y electrones negativos. Estas partículas cargadas agitadas generan campos magnéticos turbulentos, que canalizan jets de plasma relativista en dos chorros que apuntan en direcciones opuestas, en la dirección del eje de rotación (Fig. 7).



Figura 7: Disco de acreción y jets relativistas generados por un agujero negro rotatorio.

Podemos efectuar un cálculo heurístico de la potencia máxima que puede extraerse mediante el mecanismo BZ. Para ello, necesitamos analizar el mecanismo con mayor detalle. Imaginemos que un agujero negro de Kerr está sumergido en un campo magnético paralelo al eje de rotación. En estas condiciones, las líneas de campo atravesarán el agujero. Como nada puede resistirse a la rotación del espacio-tiempo cerca del horizonte, las líneas de campo quedan ancladas al agujero negro y giran con éste, adoptando una forma de hélice que se abre hacia arriba y hacia abajo (Fig. 8).

Las partículas cargadas atrapadas en el campo magnético giran junto con las líneas de inducción, experimentando gigantescas fuerzas centrífugas. Estas fuerzas provocan que las partículas se desplacen a través del eje de rotación, alejándose de los polos del agujero, lo que genera jets que pueden adquirir velocidades relativistas, produciendo radiación que abarca hasta el dominio de los rayos gamma. La energía transferida a los jets proviene del momentum angular del agujero negro de Kerr, y en la medida que se emite dicha energía, se reduce gradualmente la rapidez de rotación.

Para efectuar el cálculo heurístico, comencemos con un agujero negro de Kerr de masa M . Podemos imaginar este agujero negro como una esfera sólida de radio R_+ con rapidez angular ω y momento de inercia I . Así, es posible estimar la energía cinética rotacional del agujero negro como:

$$E_R \sim I\omega^2 \sim MR_+^2\omega^2. \quad (25)$$

Salvo los factores adimensionales, aquí usamos el valor de I para una esfera sólida de radio R_+ . Por otra parte, la energía total del agujero negro, que supondremos incluye la energía rotatoria, es:

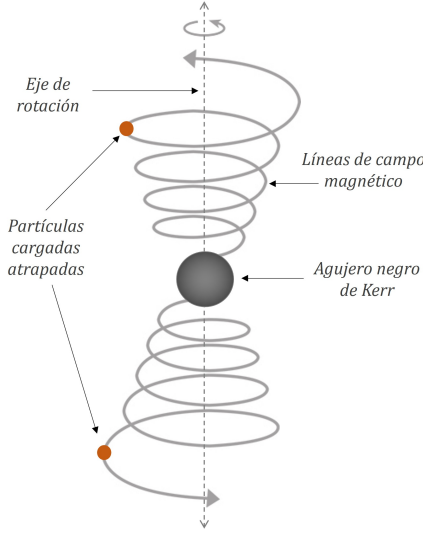


Figura 8: Un agujero de Kerr sumergido en un campo magnético exterior.

$$E_T \approx Mc^2. \quad (26)$$

Luego, podemos calcular la fracción de la energía total que es energía rotatoria:

$$\frac{E_R}{E_T} \sim \frac{R_+^2 \omega^2}{c^2}. \quad (27)$$

De acuerdo con la teoría electromagnética, la energía magnética por unidad de volumen viene dada por:

$$E_{M,V} \sim \frac{B^2}{\mu_0}. \quad (28)$$

donde B es la intensidad del campo magnético, y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}$ es la constante magnética, también conocida como permeabilidad magnética. Como el agujero negro tiene radio R_+ , el volumen característico dentro del cual está confinada la energía magnética es $V \sim R_+^3$. Por lo tanto, la energía magnética del agujero negro puede estimarse como:

$$E_M \sim E_{M,V} V \sim \frac{B^2}{\mu_0} R_+^3. \quad (29)$$

Así, la energía extraída por el mecanismo BZ es:

$$E_{BZ} \sim \left(\frac{E_R}{E_T} \right) E_M \sim \frac{B^2 R_+^5 \omega^2}{\mu_0 c^2}. \quad (30)$$

Dimensionalmente, el tiempo característico para la extracción de esta energía es $t_{BZ} \sim R_+/c$, así que podemos estimar la potencia neta como:

$$L_{BZ} \sim \frac{E_{BZ}}{t_{BZ}} \sim \frac{B^2 R_+^4 \omega^2}{\mu_0 c}. \quad (31)$$

Si el agujero negro es extremo se debe cumplir que la rapidez de rotación del horizonte externo, que es del orden de ωR_+ , es cercana a la rapidez de la luz en el vacío, de manera que $\omega \sim c/R_+$. Introduciendo esta expresión en la Ec. (31) obtenemos la potencia máxima extraída:

$$L_{BZ,max} \sim \frac{c}{\mu_0} B^2 R_+^2. \quad (32)$$

Cálculos detallados revelan que la potencia máxima extraída mediante el mecanismo BZ es:

$$L_{BZ,max} \cong 4\pi \frac{c}{\mu_0} B^2 R_+^2. \quad (33)$$

La Ec. (33) solo difiere en un factor adimensional 4π de la Ec. (32). Si suponemos que R_+ es del orden del radio de Schwarzschild, entonces $R_+ \sim R_S \sim GM/c^2$. Luego, podemos escribir la Ec. (33) en función de la masa del agujero negro:

$$L_{BZ,max} \cong \frac{4\pi G^2}{\mu_0 c^3} B^2 M^2. \quad (34)$$

Como ejemplo, consideremos un agujero supermasivo de $10^8 M_\odot$, donde $M_\odot \sim 10^{30} kg$ es la masa solar. Si $B = 1T$, resulta $L_{BZ,max} \sim 10^{37} W$. En perspectiva, esta energía, emitida en un solo segundo, es mayor que la consumida en toda la Tierra en un año.

El mecanismo BZ es uno de los más aceptados para explicar la emisión de energía de los AGNs. No obstante, algunos especialistas han sugerido que una explicación detallada requiere combinar el proceso de Penrose y el mecanismo BZ [19]. En cualquier caso, es importante recordar que ni el proceso de Penrose, ni el mecanismo BZ, ni ningún otro método de extracción de energía puede superar el 29% de eficiencia impuesto por la Ec. (15). Una vez alcanzado este límite, el agujero deja de rotar y se convierte en estático.

5. Comentarios finales

La extraordinaria eficiencia energética que pueden alcanzar los agujeros de Kerr ha llevado a algunos autores a sugerir una idea especulativa pero fascinante: la posibilidad de que una civilización muy avanzada utilice un agujero rotatorio como fuente de energía. Fue el propio Penrose en su artículo de 1969 quien propuso por primera vez esta idea [14]. Posteriormente, otros autores han sugerido ideas similares [20]. Esto nos lleva a pensar que quizá, en un futuro lejano, nuestra civilización podría encontrar en los agujeros negros de Kerr una solución limpia y eficiente a los complejos problemas energéticos que seguramente deberemos enfrentar como sociedad, siempre y cuando podamos sobrevivir a nuestra actual infancia tecnológica.

Aunque los agujeros negros de Kerr son objetos de interés científico por derecho propio, una de sus aristas más atractivas es su eficiencia energética, que permite explicar los fenómenos más extremos del universo. Por esta razón, la extracción de energía en agujeros de Kerr es un tema candente de investigación actual, tanto desde una perspectiva teórica como observacional. En particular, el proceso de Penrose y el mecanismo BZ continúan generando interrogantes que son investigadas activamente. Esto revela la amplitud y complejidad del tema que hemos abordado y la imposibilidad de abarcarlo detalladamente en un artículo como éste, destinado a los no especialistas.

En cualquier caso, es de esperar que el lector haya encontrado en este trabajo una exposición estimulante, accesible y actualizada, que lo impulse a seguir ahondando en éste y otros temas relacionados con la física de los agujeros negros.

Referencias

- [1] M. Camenzind, *Compact Objects in Astrophysics: White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes*, Springer, Berlin, 2007.
- [2] D. Maoz, *Astrophysics in a Nutshell*, Princeton University Press, Princeton, 2007.
- [3] V.P. Frolov, A. Zelnikov, *Introduction to Black Hole Physics*, Oxford University Press, Oxford, 2011.
- [4] R. Ruffini, J.A. Wheeler, Introducing the black hole, *Physics Today* 24 (1971) 30–41.
- [5] V.P. Frolov, I.D. Novikov, *Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments*, Springer Science, Denver, 1998.
- [6] K.L. Lang, *Essential Astrophysics*, Springer, Berlin, 2013.
- [7] D. Christodoulou, Reversible and Irreversible Transformations in Black-Hole physics, *Physical Review Letters* 25 (1970) 1596–1597.
- [8] D. Christodoulou, Reversible Transformations of a Charged Black Hole, *Physical Review D* 4 (1971) 3552–3555.
- [9] S.W. Hawking, *Historia del tiempo: Del big bang a los agujeros negros*, Crítica, Barcelona, 1988.
- [10] J.P. Luminet, *Agujeros negros*, Alianza, Madrid, 1991.
- [11] B. Schutz, *Gravity from the Ground Up*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [12] S.W. Hawking, Black Holes in General Relativity, *Communications in Mathematical Physics* 25 (1972) 152–166.
- [13] C.S. Reynolds, Measuring Black Hole Spin Using X-Ray Reflection Spectroscopy, *Space Science Reviews* 183 (2014) 277–294.
- [14] R. Penrose, Gravitational collapse: the role of general relativity, *Nuovo Cimento* 1 (1969) 252–276.
- [15] R. Penrose, R.M. Floyd, Extraction of Rotational Energy from a Black Hole, *Nature* 229 (1971) 177–179.
- [16] R.M. Wald, *Space, Time, and Gravity: The Theory of the Big Bang and Black Holes*, The University of Chicago Press, Chicago, 1992.
- [17] R.M. Wald, Energy Limits on the Penrose Process, *The Astrophysical Journal* 191 (1974) 231–234. <https://doi.org/10.1086/152959>.
- [18] R.D. Blandford, R.L. Znajek, Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 179 (1977) 433–456. <https://doi.org/10.1093/mnras/179.3.433>.
- [19] K. Parfrey, A. Philippov, B. Cerutti, First-Principles Plasma Simulations of Black-Hole Jet Launching, *Phys. Rev. Lett.* 122 (2019) 035101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.035101>.

[20] K.S. Thorne, *Agujeros negros y tiempo curvo: El escandaloso legado de Einstein*, Crítica, Barcelona, 2000.